

Literatura:

podstawowa:

- C. Radhakrishna Rao, *Statystyka i prawda*, 1994.
- G. Wieczorkowska-Wierzbińska, J. Wierzbiński, *Statystyka. Od teorii do praktyki*, 2013.
- A. Aczel, *Statystyka w zarządzaniu*, 2002.
- L. Kowalski, *Statystyka*, 2005.
- W. Ostasiewicz, *Myślenie statystyczne*, 2012.
- M. Dobosz, *Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań*, 2001.

uzupełniająca:

- J. Apanowicz, *Metodologiczne elementy procesu poznania naukowego w teorii organizacji i zarządzania*, 2000.
- Z. Ziemiński, *Logika praktyczna*, 2013.
- H. Matuszewska, W. Matuszewski, *Elementy logiki i teorii mnogości*, 2003.

Myślenie w celu zdobycia wiedzy = poznawanie

Myślenie z udziałem rozumu = myślenie racjonalne

Myślenie racjonalne

- **logiczne**
- **statystyczne**

Trzy typy wnioskowania logicznego:

1) Dedukcja (starożytni)

Aksjomaty $\rightarrow$ kroki logiczne $\rightarrow$ tezy

2) Indukcja

Dostępne dane $\rightarrow$ dobór hipotezy $\rightarrow$ uogólnienie

3) Abdukcja

Tworzenie nowej wiedzy na podstawie intuicji

Myślenie statystyczne

- **wnioskowanie**
- **modelowanie**

Przykład (wnioskowanie)

Ocenić wielkość produkcji czołgów w III rzeszy na podstawie numerów seryjnych zdobytych czołgów.

Założenie: czołgi są numerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do N .

Zagadnienie: ocenić N .

Rozwiązanie 1. Metoda momentów.

Wartość oczekiwaną $\frac{N+1}{2}$ przyrównujemy do wartości średniej m . (Uzasadnić wartość oczekiwaną)

$$m = \frac{N+1}{2}$$

$$\text{Stąd } N = 2m - 1$$

Przykład 1.

dane: 10, 70, 90, 120

$$N = 2(290/4) - 1 = 144$$

Przykład 2.

dane: 10, 20, 100, 170

$$N = 2(300/4) - 1 = 149$$

Wynik bez sensu.

Wniosek należy ocenę uzależnić od $k = \max\{n_i\}$ i liczebności próby n .

Propozycja

$$N = k + \frac{k - n}{n}$$

Obliczyć N dla danych z Przykładu 1 i 2.

Przykład
Ataki V2 na Londyn.

Przykład
Niesymetryczna moneta.

Przykład
Ukrywanie odpowiedzi na drażliwe pytania.

Przykład
Szacowanie liczby ryb w stawie.

Rachunek zdań

Przez **zdanie** rozumiemy w logice wypowiedź oznajmującą i taką, której w ramach danej nauki można przypisać ocenę **prawdziwości** lub **fałszu**

Zdanie p prawdziwe, zapis: $w(p) = 1, (p = 1)$.

Zdanie p fałszywe, zapis: $w(p) = 0, (p = 0)$.

Spójniki logiczne.

nie	$\sim$	$\sim p$	negacja, zaprzeczenie
-----	--------	----------	--------------------------

i	$\wedge$	$p \wedge q$	koniunkcja
---	----------	--------------	------------

lub	$\vee$	$p \vee q$	alternatywa
-----	--------	------------	-------------

implikuje	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	implikacja
-----------	---------------	-------------------	------------

jest równo- ważne	$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	równoważność
----------------------	-------------------	-----------------------	--------------

Negacja

p	$\sim p$
1	0
0	1

Koniunkcja

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Alternatywa

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Implikacja

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Równoważność

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Funkcje zdaniowe.

Jeżeli pewne wyrażenie zawiera zmienną i wyrażenie to staje się zdaniem (prawdziwym lub fałszywym), gdy za tę zmienną podstawimy określoną wartość, to takie wyrażenie nazywamy **zmienną zdaniową**.

Tautologia jest to formuła rachunku zdań, która przyjmuje wartość logiczną 1 przy dowolnym podstawieniu wartości logicznych za zmienne zdaniowe występujące w tej formule.

sprawdzian zerojedynkowy,

Przykład

Wykazać, że formuła

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

jest tautologią.

Rozwiązanie.

F oznacza całą badaną formułę):

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$	F
1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

Prawa de Morgana

formuła

$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

jest tautologią.

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	F
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Jest to *pierwsze prawo de Morgana*.

Wykazać, że formuła

$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ jest tautologią.

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	F
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Jest to *drugie prawo de Morgana*.

Reguły wnioskowania

Przy dowodzeniu twierdzeń posługujemy się *regułami wnioskowania*.

Przystępując do dowodu twierdzenia T dysponujemy pewnym zbiorem zdań $P_1, P_2, \dots, P_n$ uznanych za prawdziwe (mogą to być aksjomaty lub wcześniej udowodnione twierdzenia). Z prawdziwości zdań $P_1, P_2, \dots, P_n$ chcemy wywnioskować prawdziwość zdania T .

Zdania $P_1, P_2, \dots, P_n$ nazywamy *przesłankami*, zaś zdanie T nazywamy *konkluzją* lub *wnioskiem*.

Dowody twierdzeń polegają więc na tym, by z faktu, że przesłanki są prawdziwe, tzn.

$$w(P_1) = w(P_2) = \dots = w(P_n) = 1$$

wynikła prawdziwość konkluzji:

$$w(T) = 1.$$

Jeżeli przyjmiemy, że $P_1, P_2, \dots, P_n, T$ mogą być zmiennymi zdaniowymi lub formułami rachunku zdań, to możemy zbudować schematy zwane **regułami wnioskowania** albo **regułami dowodzenia**.

Reguły wnioskowania zapisujemy
w postaci:

$$\frac{P_1, P_2, \dots, P_n}{T}$$

Powyższy zapis rozumiemy następująco: „Jeżeli prawdziwe są przesłanki $P_1, P_2, \dots, P_n$, to można wnioskować, że konkluzja T także jest prawdziwa.”.

Reguła odrywania (modus ponens)

Sprawdzić, że schemat

$$\frac{P, P \Rightarrow Q}{Q}$$

jest regułą wnioskowania.

Zakładamy, że $w(P) = w(P \Rightarrow Q) = 1$.

W tabeli implikacji odczytujemy, że $w(Q) = 1$.

Modus tollens

Sprawdzić, że schemat

$$\frac{P \Rightarrow Q, \sim Q}{\sim P}$$

jest regułą wnioskowania.

Rozwiązanie

Zakładamy, że $w(P \Rightarrow Q) = w(\sim Q) = 1$.

Z tego, że $w(\sim Q) = 1$ wynika, że $w(Q) = 0$.

W tabeli implikacji jedynym wierszem, w którym $w(Q) = 0$ i $w(P \Rightarrow Q) = 1$ jest wiersz czwarty, z którego odczytujemy, że $w(P) = 0$, zatem $w(\sim P) = 1$.

Sylogizm hipotetyczny

Sprawdzić, że schemat

$$\frac{P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R}{P \Rightarrow R}$$

jest regułą wnioskowania.

Rozwiązanie

Zakładamy, że $w(P \Rightarrow Q) = w(Q \Rightarrow R) = 1$.

Założenie $w(P \Rightarrow Q) = 1$ oznacza, że zachodzi jeden z trzech przypadków:

Przypadek I: $w(P) = 1$ i $w(Q) = 1$. Aby $w(Q \Rightarrow R) = 1$, musi być $w(R) = 1$. Wtedy $w(P \Rightarrow R) = 1$.

Przypadek II: $w(P) = 0$ i $w(Q) = 1$. Ponieważ $w(P) = 0$, więc dla dowolnego R jest $w(P \Rightarrow R) = 1$.

Przypadek III: $w(P) = 0$ i $w(Q) = 0$ - jak w przypadku II. Zatem we wszystkich możliwych przypadkach $w(P \Rightarrow R) = 1$.

Sylogizm alternatywny

Sprawdzić, że schemat

$$\frac{P \vee Q, \sim P}{Q}$$

jest regułą wnioskowania.

Rozwiązanie

Zakładamy, że $w(P \vee Q) = w(\sim P) = 1$.

Założenie $w(\sim P) = 1$ oznacza, że $w(P) = 0$.

Skoro $w(P) = 0$ i $w(P \vee Q) = 1$, to musi być $w(Q) = 1$.

Inne reguły wnioskowania:

$$\frac{P \Rightarrow Q, \sim P \Rightarrow Q}{Q} \quad \textit{dylemat konstrukcyjny}$$

$$\frac{P \Rightarrow Q, P \Rightarrow \sim Q}{\sim P} \quad \textit{dylemat destrukcyjny}$$

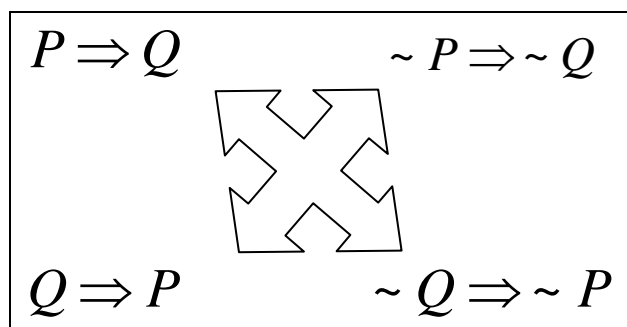
$$\frac{P \Rightarrow Q, R \Rightarrow S}{(P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge S)}$$

prawo kompozycji dla koniunkcji

$$\frac{P \Rightarrow Q, R \Rightarrow S}{(P \vee R) \Rightarrow (Q \vee S)}$$

prawo kompozycji dla alternatywy

Schemat zwanego *kwadratem logicznym*:



Reguła kwadratu logicznego brzmi: Aby udowodnić dowolną z powyższych implikacji, wystarczy udowodnić dowolne dwie z pozostałych implikacji, położone przy sąsiadujących ze sobą wierzchołkach kwadratu logicznego, np.:

$$\frac{P \Rightarrow Q, \sim P \Rightarrow \sim Q}{Q \Rightarrow P}, \quad \frac{P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P}{\sim Q \Rightarrow \sim P},$$

$$\frac{Q \Rightarrow P, \sim Q \Rightarrow \sim P}{P \Rightarrow Q} \text{ itd.}$$